

# Détection d'épaisseur significative sur une courbe polygonale

Bertrand Kerautret <sup>1</sup>

Jacques-Olivier Lachaud <sup>2</sup>

Mouhammad Said <sup>3</sup>

<sup>1</sup> LORIA (UMR CNRS 7503), Université de Nancy

<sup>2</sup> LAMA (UMR CNRS 5127), Université de Savoie

<sup>3</sup> LIRIS (UMR CNRS 5205), Université de Lyon 2

LORIA, Campus scientifique BP 239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex  
kerautre@loria.fr

## Résumé

La notion d'échelle significative a été récemment introduite pour détecter la quantité de bruit présent le long d'un contour discret. Cette méthode est basée sur l'étude du comportement asymptotique de certaines propriétés de la primitive des segments de droites maximaux. Même si cette méthode s'avère très utile, elle reste limitée à un contour discret et ne peut pas être utilisée pour traiter d'autres types de données géométriques comme des ensembles de points déconnectés à coordonnées non entières. Nous proposons donc de généraliser la notion d'échelle significative en supprimant cette limitation. L'idée principale est d'exploiter une autre primitive appelée les Segments Flous qui permet de contrôler la précision de l'algorithme de reconnaissance de segment de droite. La méthode de détection de bruit qui en résulte fournit alors des résultats précis et possède aussi l'avantage important d'être plus simple à implémenter. Une première application de débruitage sur un contour démontre l'efficacité de la méthode proposée. L'algorithme peut aussi être testé en ligne [13].

## Mots Clef

Géométrie discrète, détection d'échelle, détection de bruit.

## Abstract

The notion of meaningful scale was recently introduced to detect the amount of noise present along a digital contour. It relies on the asymptotic properties of the maximal digital straight segment primitive. Even though very useful, the method is restricted to digital contour data and is not able to process other types of geometric data like disconnected set of points. In this work, we propose a solution to overcome this limitation. It exploits another primitive called the Blurred Segment which controls the straight segment recognition precision of disconnected sets of points. The resulting noise detection provides precise results and is also simpler to implement. A first application of contour smoothing demonstrates the efficiency of the proposed method. The algorithms can also be tested online [13].

## Keywords

Discrete Geometry, scale detection, noise detection.

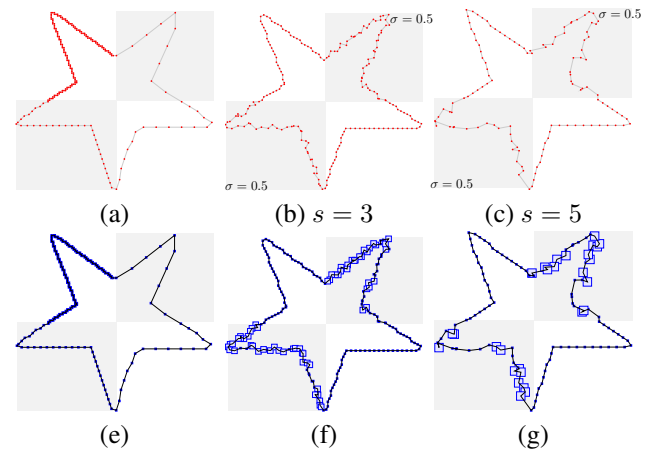


FIGURE 1 – Détection du bruit sur une courbe polygonale définie à la fois à partir de différents taux d'échantillonnage ( $s$ ) (image (a)) et avec plusieurs niveaux d'intensité de bruit gaussien ( $\sigma$ ), images (b,c). La détection de bruit sur les polygones (a-c) est présentée sur les contours (e-g) où le niveau de bruit détecté est représenté par des carrés dont la taille est égale au niveau de bruit.

## 1 Introduction

Détecter si un contour est échantillonné à une échelle significative et estimer quelles sont les échelles correctes (si elles existent) est un problème important pour l'analyse de forme. Par exemple, cette détection facilite le réglage de paramètres qui jouent un rôle important dans beaucoup d'applications d'analyse ou de reconnaissance de forme. En général le bruit est pris en compte par un paramètre réglé par l'utilisateur en fonction de la qualité des données de départ. Le choix de ce paramètre peut être primordial par rapport à la qualité de l'algorithme considéré. Par exemple le réglage du paramètre de lissage dans un modèle

déformable peut largement influencer la qualité de la segmentation suivant l'image considérée.

Desolneux *et al.* ont proposé une méthode pour détecter des arrêtes significatives d'une image en niveaux de gris en utilisant un principe de perception issu de la théorie de Gestalt [8]. La technique utilise les probabilités associées aux taux de fausses alarmes définis sur l'ensemble des iso-contours d'une image. Cette détection est basée sur les gradients de l'image et n'est pas directement définie pour la représentation d'un contour discret. Dans le même genre de méthode, Cao a proposé la notion de *bonne continuité significative* [5] qui est basée sur les propriétés géométriques d'une courbe. La probabilité de fausse alarme est simplement obtenue par une approximation de la courbure du contour initial. D'autres applications de la théorie de Gestalt peuvent être trouvées dans un article récent [7].

Le concept d'échelle significative d'un contour discret a été récemment introduit pour détecter automatiquement si l'échelle est localement pertinente ou non [12]. Cette méthode est aussi capable d'estimer le premier niveau d'échelle pour laquelle le contour peut être considéré comme significatif. Le concept est basé sur l'étude des propriétés asymptotiques des segments discrets maximaux qui constitue une primitive classique du domaine de la géométrie discrète (utilisé notamment dans de nombreux estimateurs géométriques). Plus précisément, la longueur des segments discrets maximaux est analysé sur un contour représenté à différentes échelles. Cette analyse permet alors de déterminer localement si un point du contour peut être considéré comme significatif ou non. Contrairement à la méthode proposée par Cao, il est aussi capable de détecter localement quelle est la meilleure échelle pour analyser la contour considéré (si elle existe).

La limitation de la détection de l'échelle significative se situe principalement dans le fait que l'analyse est seulement possible sur une séquence de pixels 4 ou 8 connectés et qu'elle ne peut pas être appliquée plus généralement sur des polygones comme ceux illustrés sur la figure Fig. 1. Cette restriction est due aux propriétés intrinsèques de la primitive discrète des segments maximaux. Dans cet article, notre contribution principale est de généraliser la détection d'échelle en introduisant une nouvelle notion d'épaisseur significative qui exploite une primitive moins restrictive (les *Segments Flous  $\alpha$ -épais*) décrite dans la section suivante.

## 2 Segments discrets maximaux et segments flous

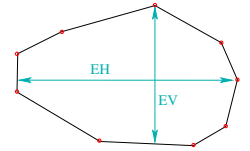
Introduit dans les années 70, la notion de segment de droite a été un sujet de recherche récurrent pendant de nombreuses années ([4, 9, 17], et [14] pour un récent état de l'art). Leurs applications potentielles sont nombreuses, de la définition d'estimateur géométrique comme la courbure [11], les tangentes, en passant par la représentation de contour polygonal [3] ou pour la détection efficace de cercle [16]. Même s'il existe de nombreuses définitions,

nous rappelons dans la suite, la définition classique de la primitive de *droite discrète standard (DDS)* utilisée dans le concept des échelles significatives.

Une *droite discrète standard (DDS)* est un ensemble  $\{(x, y) \in \mathbb{Z}^2, \mu \leq ax - by < \mu + |a| + |b|\}$ , où  $(a, b, \mu)$  sont aussi des entiers et  $\text{pgcd}(a, b) = 1$ . Il est bien connu qu'une DDS est un chemin 4-connecté dans le plan discret. Un *segment de droite discrète (SDD)* est une partie 4-connecte d'une DDS. Un contour interpixel d'une forme discrète est un chemin 4-connecté fermé et sans auto intersection. En notant  $C$  un tel chemin 4-connecte, un **segment maximal**  $M$  est un sous ensemble de  $C$  qui n'est plus un SDD après l'ajout d'autre point de  $C \setminus M$ .

Un exemple de reconnaissance d'un SDD est illustré sur la figure Fig. 2 (a) où un segment maximal est reconnu par l'ajout successif de la séquence de points  $P_1, Q_1, P_2, Q_2, P_3, Q_3, P_4, Q_4, P_5, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8, Q_9$ . Après avoir rajouté le points  $P_5$  le SDD peut être étendu seulement à l'arrière (points  $Q_i$ ) car le point  $P_6$  n'appartient pas au segment. La longueur discrète d'un segment est définie comme le nombre de déplacement et noté  $L_j$  où  $j$  est le numéro du SDD couvrant un point initial ( $L_0 = 14$  dans l'exemple de la figure Fig. 2).

Les segments flous ont été introduits pour traiter les données bruitées [6]. Nous avons utilisé la définition suivante [10] : un ensemble de point est un **Segment Flou  $\alpha$ -épais** si et seulement si



son enveloppe convexe possède une épaisseur isothétique inférieure à la valeur seuil  $\alpha$ . L'épaisseur isothétique d'une enveloppe convexe est la plus petite valeur entre son épaisseur verticale ( $EV$ ) et son épaisseur horizontale ( $EH$ ) (voir la figure flottante ci dessus). De la même façon que précédemment, un *Segment Flou  $\alpha$ -épais* maximal peut être défini comme un segment qui ne peut être étendu ni à l'avant ni l'arrière.

Une illustration est donnée sur la figure Fig. 2 (b). Un *Segment Flou  $\alpha$ -épais* avec  $\alpha = 1$  est reconnu à partir du point  $A$  en ajoutant alternativement les points  $P_1, Q_1, P_2, Q_2$  et  $P_3$  (noté 1-épais $BS_1$ ). Ni les points  $P_4$  ni  $Q_3$  ne peuvent être rajoutés au segment 1-épais $BS_1$  car l'épaisseur isothétique sera supérieure à  $\alpha = 1$ . Un autre segment maximal 1-épais $BS_0$  couvrant le point  $A$  est illustré en couleur claire sur la figure Fig. 2 (b). Pour chaque segment 1-épais $BS_i$ , sa longueur  $\mathcal{L}_i^1$  est illustrée en gris clair et constitue une propriété essentielle qui sera exploitée dans la définition d'épaisseur significative introduite dans la section qui suit.

## 3 Détection d'épaisseur significative avec les segments flous

Avant d'introduire le nouveau concept d'*épaisseur significative*, nous rappelons brièvement l'idée principale du concept d'*échelle significative* [12] et montrons sa principale limite.

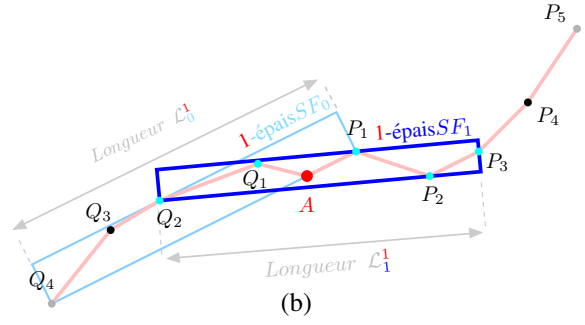
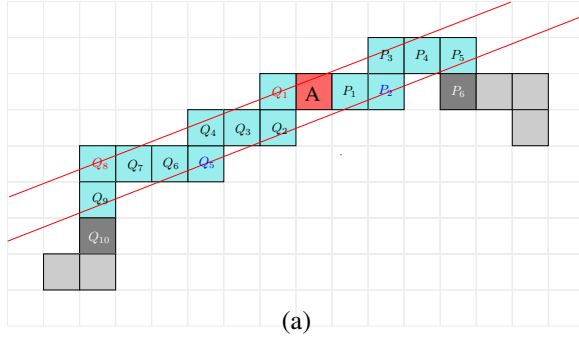


FIGURE 2 – Illustration d'un segment maximal de caractéristiques  $(a, b, \mu) = (2, 5, 0)$ , et (b) deux *Segments Flous*  $\alpha$ -épais avec  $\alpha = 1$  (noté  $1\text{-épais}SF_i$  avec  $i = 0, 1$ ).

### 3.1 Propriétés asymptotique des segments maximaux

La détection d'échelle significative est basée sur l'analyse des propriétés asymptotiques des segments maximaux. Cette propriété est la longueur  $(L_j^h)$  d'un segment maximal appartenant à un point discret d'un contour défini à partir d'une taille de grille de discrétisation égale à  $h$ . L'indice  $j$  représente simplement le numéro du segment qui couvre le point considéré. Dans la suite, nous noterons par  $Dig_h(S)$  le processus de discrétisation de Gauss ( $Dig_h(S) = X \cap h\mathbb{Z} \times h\mathbb{Z}$ ). À partir des différentes analyses montrées dans [12, 15], plusieurs propriétés ont pu être mise en évidence et sont résumées comme suit :

#### Propriété 1

Soit  $S$  une forme simplement connexe dans  $\mathbb{R}^2$  de frontière  $C^3$  par morceaux. Soit  $P$  un point de la frontière  $\partial S$  de  $S$ . On considère maintenant un voisinage connexe ouvert  $U$  de  $P$  sur  $\partial S$ . Soit  $(L_j^h)$  les longueurs discrètes des segments maximaux le long de la frontière de  $Dig_h(S)$  et qui couvrent  $P$ . Alors

si  $U$  est strictement convexe ou concave, alors

$$\Omega(1/h^{1/3}) \leq L_j^h \leq O(1/h^{1/2}) \quad (1)$$

si  $U$  est de courbure nulle, alors

$$\Omega(1/h) \leq L_j^h \leq O(1/h) \quad (2)$$

La stratégie pour exploiter cette propriété était de transformer le contour discret initial en utilisant différentes tailles de grille  $h$ , tout en gardant l'association de points et en vérifiant la validité du contour discret obtenu. L'analyse résultante montre de bons résultats précis mais elle n'est cependant pas applicable sur un contour polygonale.

Une idée naturelle pour généraliser l'analyse sur un contour polygonal est de considérer la primitive des *Segments Flous*  $\alpha$ -épais décrite dans la section précédente. Cette dernière permet en effet de traiter des séquences de points non entiers et pas nécessairement connectés. La primitive présente aussi un autre avantage à travers le paramètre de l'épaisseur  $\alpha$  qui peut être considéré comme un paramètre d'échelle.

### 3.2 Propriété asymptotique de l'épaisseur des segments flous

Pour définir la notion d'épaisseur significative avec les *Segments Flous*  $\alpha$ -épais, nous avons tout d'abord besoin d'étudier le comportement des segments maximaux flous dans une décomposition multi-épaisseurs d'un contour donné. La longueur euclidienne  $\mathcal{L}$  remplacera la longueur  $L$  utilisée dans la propriété précédente (Propriété 1).  $\mathcal{L}$  est défini comme la longueur de la boîte englobante obtenue à partir de l'enveloppe convexe associée à un *Segment Flou*  $\alpha$ -épais. La Fig. 2 (b) illustre une telle boîte englobante avec la longueur de deux *1-épais segments flous* couvrant le point A ( $1\text{-épais}SF_0$  et  $1\text{-épais}SF_1$ ). Leurs boîtes englobantes sont données respectivement par les points  $P_1, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  et  $Q_2, P_2, P_3, P_1, Q_1$ .

Quand les longueurs euclidiennes des segments flous sont calculées, on observe une séquence croissante des longueurs pour une séquence croissante d'épaisseur réelle  $t_i = ik\sqrt{2}$  où  $k$  est la moyenne des distances entre les sommets consécutifs du polygone. Si on représente ces variations en échelle logarithmique, on peut observer que la pente est corrélée à la localisation du point sur une zone courbe ou plate. Plus précisément, soit  $(\mathcal{L}_j^{t_i})_{j=1, \dots, l_i}$  la longueur euclidienne des segments flous d'un contour discret couvrant un point, nous avons observé expérimentalement le comportement suivant :

#### Propriété 2

(Multi-épaisseurs). Le tracé des longueurs  $\mathcal{L}_j^{t_i}/t_i$  en échelle logarithmique est approximativement affine avec pente négative définie de la façon suivante :

| plot  | pente attendue         |              |
|---|------------------------|--------------|
|   | zone courbe            | zone plate   |
| $(\log(t_i), \log(\max_j \mathcal{L}_j^{t_i}/t_i))$ | $\approx -\frac{1}{2}$ | $\approx -1$ |
| $(\log(t_i), \log(\min_j \mathcal{L}_j^{t_i}/t_i))$ | $\approx -\frac{1}{3}$ | $\approx -1$ |

Les figures Fig. 4 et Fig. 3 illustrent un tel comportement sur une ellipse représentée par un ensemble déconnecté de points avec quelques parties manquantes. L'ensemble des

Segment Flou  $\alpha$ -épais couvrant un point spécifique  $P$  ( $l_i$  segments couvrent  $P$ ) est représenté sur la figure Fig. 4 avec quatre différentes épaisseurs ( $t = \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}$ ). Pour chaque épaisseur  $t_i$ , les longueurs  $(\mathcal{L}_j^{t_i})_{j=1,\dots,l_i}$  sont représentées sur les tracés de la figure Fig. 4. Sur cet simple exemple on peut vérifier que les longueurs des segments vérifient bien la Propriété 2 précédente avec leur valeur  $\min$  et  $\max$  proches de la pente  $-\frac{1}{2}$  et  $-\frac{1}{3}$  qui correspondent à l'hypothèse d'une zone courbe.

Tout comme dans le calcul multi-échelles [12], l'analyse multi-épaisseurs nous permet de faire la distinction entre les parties courbes et les parties plates. Cette approche n'est pas valide pour les points qui sont, soit (1) dans une zone de transition entre une zone courbe et une zone plate, soit (2) dans les coins. Enfin, cette technique suppose des objets dont la discrétisation est parfaite : si le contour discret a été dégradé par le bruit ou par des artefacts de discrétisation cette caractérisation n'est plus valide.

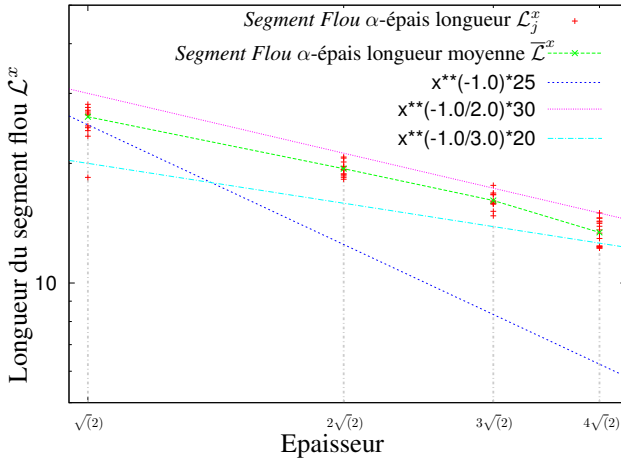


FIGURE 4 – Illustration des longueurs  $\mathcal{L}_j^x$  de l'ensemble des Segments Flous  $\alpha$ -épais donnés à partir de l'illustration de la figure Fig. 3. Les droites de pentes  $-1$ ,  $-\frac{1}{2}$  et  $-\frac{1}{3}$  sont aussi données comme référence (voir Propriété 2).

Bien que ces deux dernières remarques semblent problématiques pour analyser une forme, nous allons l'utiliser pour détecter *localement* la quantité de bruit et pour extraire l'épaisseur significative *locale*.

### 3.3 Évaluation géométrique locale avec le critère multi-épaisseurs

Nous analysons maintenant la géométrie locale sur un point  $P$  d'une courbe polygonale  $C$  qui possède une distance moyenne entre ses sommets égale à  $k$ . Pour différentes valeurs de l'épaisseur  $t_i = ik\sqrt{2}$ ,  $i = 1..n$ , nous calculons les longueurs euclidiennes  $\mathcal{L}_j^{t_i}$  des segments flous de  $C$ . Pour une épaisseur donnée  $ik\sqrt{2}$ , la longueur moyenne de tous les segments flous couvrant un point  $P$  est noté par  $\bar{\mathcal{L}}^{t_i} = \frac{1}{l_i} \sum_j \mathcal{L}_j^{t_i}$ , où  $l_i$  représente le nombre de segments flous contenant  $P$ . La figure Fig. 3 illustre les seg-

ments flous couvrant un point obtenu sur un contour avec différentes valeurs d'épaisseur  $t_i$ .

Nous définissons le **profil multi-épaisseurs**  $\mathcal{P}_n(P)$  d'un point  $P$  comme le graphe  $(\log(t_i), \log(\bar{\mathcal{L}}^{t_i}/t_i))_{i=1,\dots,n}$ . Le **critère idéal multi-épaisseurs**  $\mu_n(P)$  d'un point  $P$  sur la frontière d'un objet discret est défini comme étant le coefficient de la pente d'une simple régression linéaire de  $\mathcal{P}_n(P)$ . La propriété 2 indique que  $\mu_n(P)$  doit être autour de  $-1$  si  $P$  est dans une zone plate, tandis qu'il doit être dans  $[-1/2, -1/3]$  si  $P$  est dans une zone concave strictement convexe ou concave.

Dans la suite, nous allons exploiter le cas de figure où  $\mu_n(P)$  ne serait dans aucun des intervalles précédents pour définir un niveau de bruit ou une épaisseur significative.

#### Détection du bruit et de l'épaisseur significative locale.

Le profil multi-épaisseurs peut être utilisé pour détecter les zones bruitées d'une courbe polygonale. La figure Fig. 5 (b) montre le profil multi-épaisseurs d'un point  $P_A$  situé sur une zone parfaitement discrétisée et les profils des points  $P_B$ ,  $P_C$  and  $P_D$  situés dans des zones bruitées (image (a)). Sur le premier profil, la relation affine décroissante est immédiatement visible. Sur les autres profils, on peut observer une croissance à des résolutions fines et ensuite à nouveau un profil affine décroissant à partir d'une certaine épaisseur. Nous avons aussi appliqué le calcul du profil multi-épaisseurs sur une courbe polygonale présentant des zones plates et courbes (Fig. 5 (c,d)). Les différences entre les deux profils est simplement les pentes de leur relation affine (pente proche de  $-\frac{1}{2}$  pour les courbes des points  $P_C$ ,  $P_D$  et  $P_E$  et proche de  $-1$  pour les courbes des points  $P_A$  et  $P_B$ ).

Nous introduisons ensuite un seuil pour le bruit ( $T_m$ ) qui permet de faire la distinction entre zone bruitée et zone non bruitée. Ce seuil doit être quelque part dans l'intervalle  $]-\frac{1}{3}, 0[$ . Cependant après différentes expérimentations sur des formes bruitées, il apparaît que l'utilisation du paramètre supérieur  $T_m=0$  donne les meilleurs résultats à la fois sur des zones bruitées courbes ou plates.

Une **épaisseur significative** d'un profil multi-épaisseurs  $(X_i, Y_i)_{1 \leq i \leq n}$  est alors une paire  $(i_1, i_2)$ ,  $1 \leq i_1 < i_2 \leq n$ , telle que pour tout  $i$ ,  $i_1 \leq i < i_2$ ,  $\frac{Y_{i+1}-Y_i}{X_{i+1}-X_i} \leq T_m$ , et telle que la propriété n'est pas vraie pour  $i_1 - 1$  et  $i_2$ . La première échelle significative d'un point  $P$  peut être considérée comme un niveau de bruit (noté  $t_\tau(P)$ ).

Pour l'exemple de la figure Fig. 5 (a,b), le point  $A$  situé sur une partie lisse du contour a une épaisseur significative égale à  $(1\sqrt{2}, 14\sqrt{2})$  avec  $t_\tau(A) = 1\sqrt{2}$ . Pour une partie bruitée du contour, les points  $P_B$ ,  $P_C$  et  $P_D$  ont respectivement une épaisseur significative égale à  $(2\sqrt{2}, 14\sqrt{2})$ ,  $(3\sqrt{2}, 14\sqrt{2})$  et  $(5\sqrt{2}, 14\sqrt{2})$ . Cet exemple montre que l'épaisseur significative est bien identifiée en relation avec l'intensité du bruit. De plus l'autre exemple de la figure Fig. 5 (c,d) démontre que la détection de l'épaisseur significative n'est pas dégradée par un changement du taux d'échantillonnage (comme le confirmerons d'autres expérimentations de la section suivante).

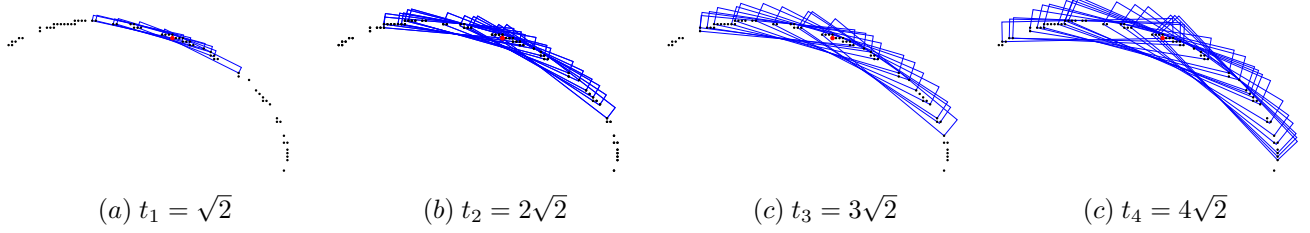


FIGURE 3 – Couverture d’un point par un ensemble de segments flous obtenus à différentes épaisseurs ( $t_i$ ). Pour chaque épaisseur le segment flou couvrant le point considéré (dessiné en rouge) est représenté par des rectangles bleus.

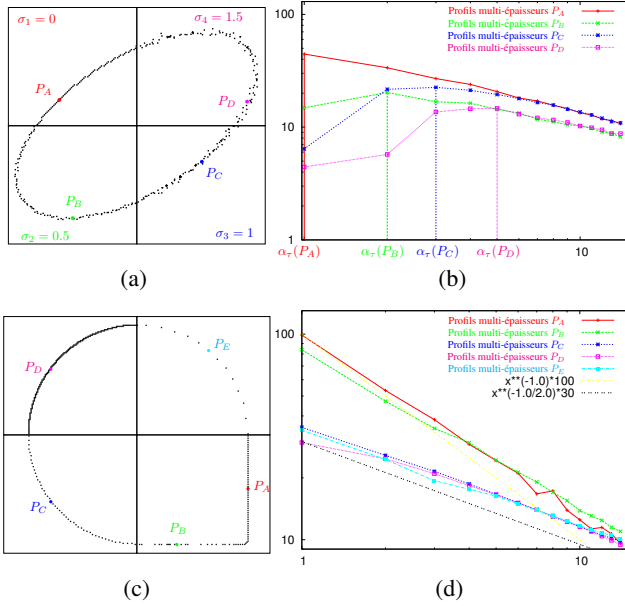


FIGURE 5 – Profils multi-épaisseurs (b,d) obtenus sur deux contours polygonaux (a,c). La courbe (a) a été obtenue par ajout de bruit gaussien d’écart type  $\sigma$ .

Afin d’améliorer la notion du critère idéal multi-épaisseurs sur des données bruitées, nous l’avons adaptée en utilisant la définition précédente de l’épaisseur significative. Soit  $(i_1, i_2)$  une épaisseur significative d’un profil  $\mathcal{P}_n(P)$ , le  $(i_1, i_2)$ -critère multi-épaisseurs  $\mu_{i_1, i_2}(P)$  du point  $P$  est alors défini comme le coefficient de la pente d’une simple régression linéaire du profil  $\mathcal{P}_n(P)$  restreint à ses valeurs de  $i_1$  à  $i_2$ . Cette définition sera utilisée ensuite dans les expérimentations de la section qui suit.

## 4 Expérimentations et comparaisons

Avant d’effectuer des comparaisons de l’épaisseur significative avec la méthode des échelles significatives, il est important de mesurer l’influence des paramètres internes utilisés dans la méthode. Le premier paramètre est l’épaisseur maximale ( $t_{max}$ ) utilisée pour créer le profil multi-épaisseurs et le second est la pente minimale au delà de laquelle un point est considéré comme du bruit (pa-

ramètre  $T_m$ ).

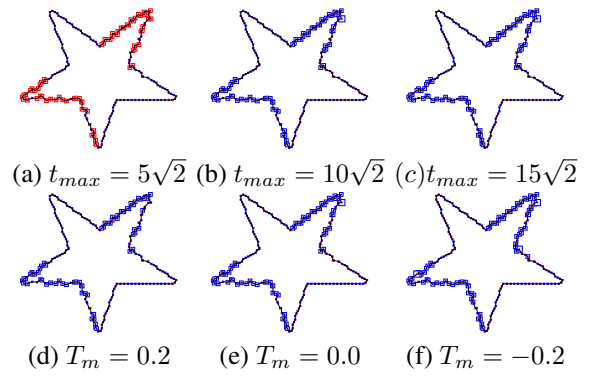


FIGURE 6 – Évaluation de l’indépendance de la détection des épaisseurs significatives par rapport à différents paramètres. La première colonne présente une évaluation obtenue en faisant varier l’épaisseur maximale  $t_{max}$  utilisée pour créer le profil multi-échelles. La couleur rouge indique qu’il existe aucune échelle significative inférieure à l’échelle maximale. La deuxième rangée montre la stabilité par rapport au seuil lié au bruit  $T_m$ .

La première expérimentation de la figure Fig.6 (a-c) montre que le paramètre  $t_{max}$  ne change pas la qualité de la détection. Les images (b-c) mettent en évidence des niveaux de bruit similaires. Pour la première expérimentation (a), les pixels dessinés en rouge montrent qu’aucune échelle significative n’a pu être trouvée car la valeur maximale de l’épaisseur  $t_{max} = 5\sqrt{2}$  était trop petite par rapport à l’épaisseur significative réelle de la forme. La stabilité envers l’autre paramètre  $T_m$  a aussi été expérimentée sur la figure Fig. 6 (d-f). La valeur par défaut égale à 0 du paramètre  $T_m$  donne les meilleurs résultats mais on peut voir qu’un important changement de ce paramètre ne perturbe pas réellement la qualité de la détection. D’autres expérimentations<sup>1</sup> confirment que la méthode proposée peut être considérée comme sans paramètre.

1. D’autres expérimentations peuvent être faites sur le site de démonstration en ligne [13]



## 4.1 Expérimentations de la détection de l'épaisseur significative

### Comparison avec la détection de l'échelle significative.

Pour comparer la qualité de la détection de l'épaisseur significative, nous avons effectué des comparaisons avec la technique de l'échelle significative. La figure Fig. 7 présente des résultats sur une forme discrète où le bruit a été rajouté manuellement sur la courbe initiale. La précision de la détection apparaît aussi précise que pour la détection des échelles significatives même si certains coins ont tendance à être détecté comme du bruit (voir zoom de l'image (e) et (f)). On peut voir aussi que la détection des échelles significatives apparaît être un peu plus dynamique que l'épaisseur significative. D'un point de vue calcul la méthode d'échelle significative est plus rapide (76 ms et 87 ms pour respectivement (b) et (e) contre 542 ms et 485 ms (obtenu sur une machine *Mac OS X 2.8 Ghz Core 2 Duo*)). Cependant la détection des épaisseurs significatives utilise une version de l'algorithme des segments flous non optimisée en  $O(n^2)$  tandis que tous les segments maximaux sont calculés en temps linéaire en fonction du nombre de point du contour pour la méthode des échelles significatives. D'autres comparaisons plus précises pourront être faites dans le futur.

**Expérimentations sur courbes polygonales.** La nouvelle possibilité de détecter l'épaisseur significative sur une courbe polygonale est appliquée sur la figure Fig. 8. La première expérimentation a été obtenue à partir d'un contour en appliquant différents taux d'échantillonnage non uniformes (contour de l'image Fig. 5 (a)). L'épaisseur significative obtenue est partout égale à  $\sqrt{2}$  comme attendue. En rajoutant du bruit sur différents quadrants du contour précédent on peut observer que la taille de l'épaisseur significative augmente bien systématiquement sur chaque zone quelque soit le taux d'échantillonnage de la courbe initiale. L'autre détection appliquée sur la forme de l'ellipse donne aussi une très bonne détection bien localisée en fonction de la taille du niveau de bruit (d).

Pour effectuer des comparaisons avec d'autres approches comparables, nous avons expérimenté la méthode des *bonnes continuités significatives* de Cao [5]. Comme décrit brièvement dans l'introduction, et contrairement à notre approche, cette technique possède un paramètre  $\epsilon$  qui peut être ajusté afin de régler le niveau de ce qui peut être considéré comme du bruit ou non. Sur les résultats présentés sur la figure Fig. 8 (e,f) on peut voir que les parties des contours significatifs sont bien identifiées et ne sont pas en contradiction avec la détection de l'épaisseur significative. Cependant notre approche présente l'aspect non négligeable de ne pas avoir besoin de ce réglage et permet aussi d'avoir directement l'épaisseur significative (si elle existe).

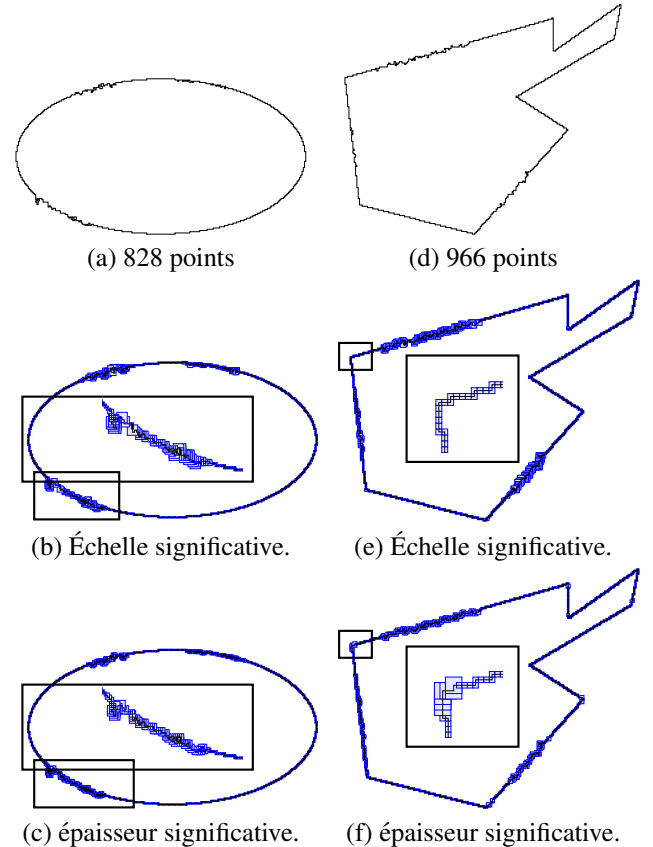


FIGURE 7 – Comparison entre les échelles significatives (deuxième ligne) et l'épaisseur significative (troisième ligne). La taille des carrés bleus représente pour chaque pixel l'échelle ou l'épaisseur significative  $\alpha_\tau$ . La quantité de bruit est bien évaluée partout.

### Application pour extraire les contours significatifs dans une image.

La détection de l'épaisseur significative peut être appliquée sur chaque iso-contour d'une image. La figure Fig. 9 (b) montre tous les ensembles de tels contours extraits après un suivi de frontière de la composante connexe définie à partir de chaque seuil. Ici 256 niveaux de gris sont considérés avec un pas de 10. L'image (c) de la figure Fig. 9 montre toutes les parties de contour avec une échelle significative égale à un (zone sans bruit). Pour tous les contours nous avons aussi détecté les parties rectilignes du contour en appliquant un seuil sur la pente du critère *multi-thickness*  $\mu_{i_1, i_2}(P)$  égal à  $-0.46$  (image (d)).

## 4.2 Simple application de débruitage de contour

Cette détection d'épaisseur significative peut être utilisée dans de nombreuses applications (en particulier dans la plupart des algorithmes qui utilisent la primitive des *Segments Flous  $\alpha$ -épais*). Comme exemple nous proposons ici une simple application potentielle de débruitage de contour en considérant l'épaisseur significative comme contrainte

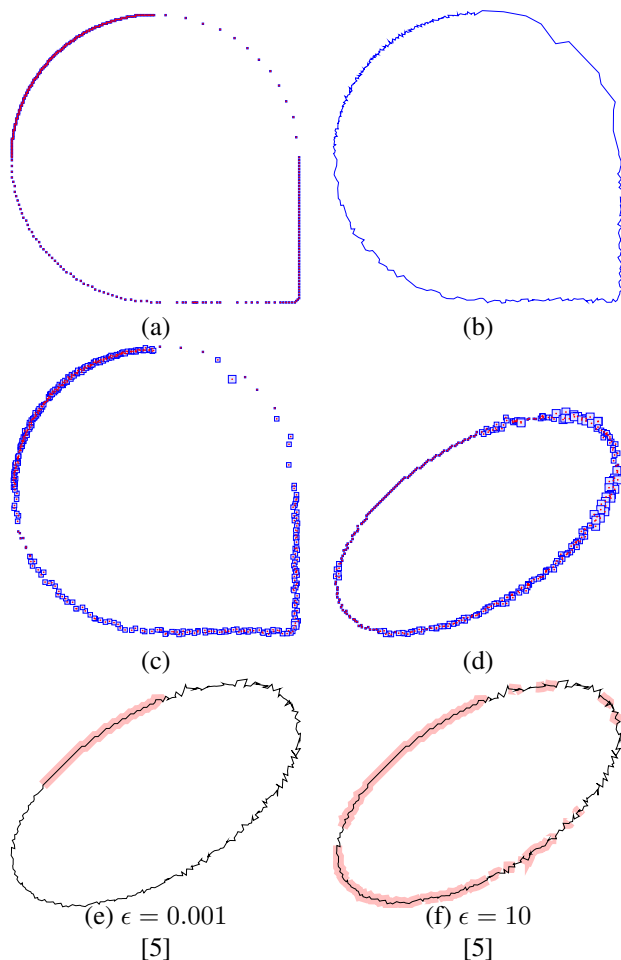


FIGURE 8 – Détection de l'épaisseur significative sur des contours polygonaux. Le polygone de la courbe (a) a été obtenu après avoir appliqué un taux d'échantillonnage variable en fonction du quadrant de l'image (les mêmes que pour Fig. 5 (c)). Le polygone (b) a été obtenu après application d'un bruit de manière spécifique sur chaque quadrant. L'échelle significative est représentée en (c,d). Les images (e,f) montrent la comparaison avec la méthode de Cao [5] (en rouge foncé sur la courbe) sur l'ellipse de la figure Fig. 5 (a) obtenue avec différentes valeurs du paramètre  $\epsilon$ .

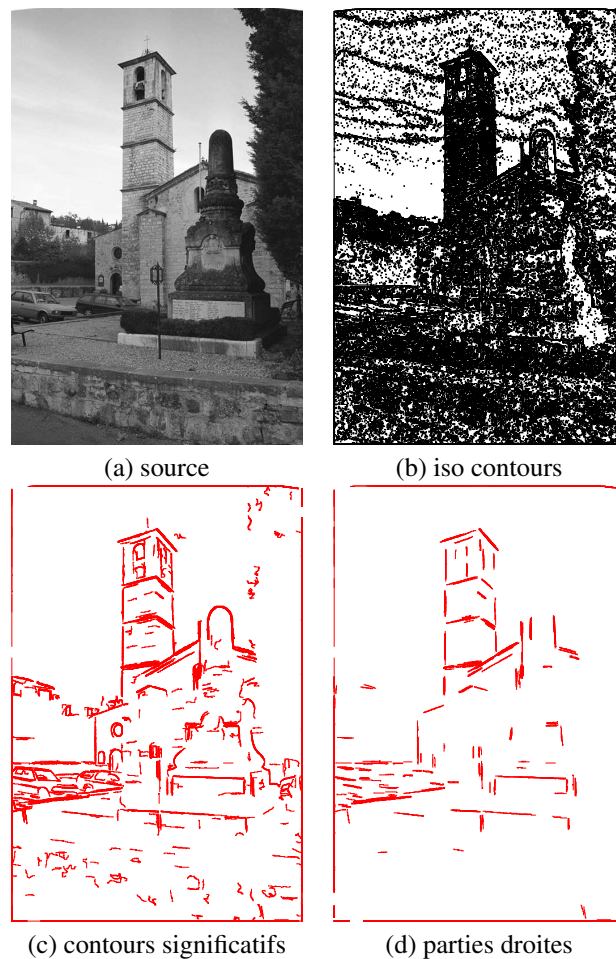


FIGURE 9 – Application de la détection d'échelle significative sur des images en niveaux de gris (image (c)) en utilisant tous les iso contours de l'image (image (b)). Les parties droites obtenues à partir du profil multi-épaisseurs sont présentées sur l'image (d).

de reconstruction de la courbe. La méthode de reconstruction est un processus itératif qui calcule les nouveaux points à partir d'une moyenne pondérée de ses points voisins tout en prenant en compte les contraintes des épaisseurs significatives (représentées en bleu clair sur les figures Fig. 10 (b,e,h)). Afin d'avoir des contraintes le long de toutes les arêtes du polygone dont l'épaisseur n'est pas significative, nous avons utilisé une simple interpolation linéaire entre deux sommets du polygone.

Les reconstructions visibles sur les images de la figure Fig. 10 (c,f,i) montrent de très bonnes reconstructions de contours où le bruit n'est plus visible. De plus toutes les parties du contour initial qui ne présentent pas de bruit sont bien préservées après la reconstruction. Une autre propriété intéressante est la préservation des discontinuités en particulier pour l'exemple du contour ouvert de la figure Fig. 10 (g-i).

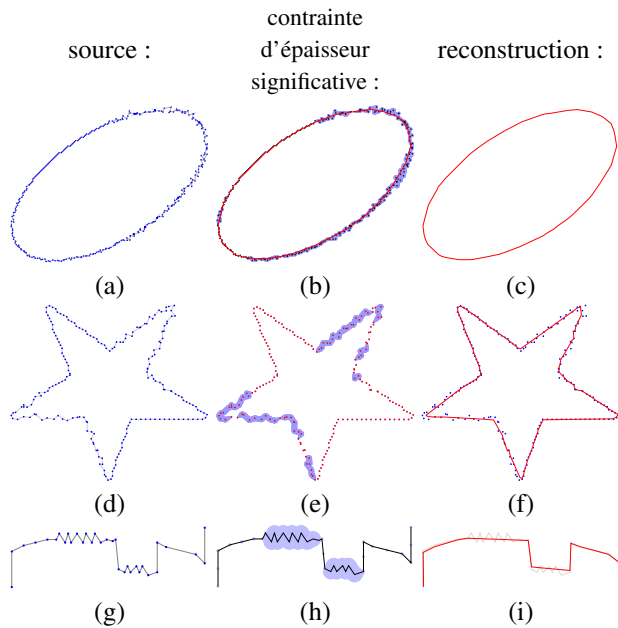


FIGURE 10 – Application du débruitage de contour polygonal à partir de l'épaisseur significative. Les polygones initiaux sont représentés sur les images (a,d,g). Les zones représentées en bleu clair montrent les contraintes associées au bruit (b,e,h) et les résultats de la méthode débruitage est donné en rouge sur les images (c,f,i).

## 5 Conclusion

Un nouveau concept original d'épaisseur significative a été présenté. La méthode proposée peut être considérée comme étant sans paramètre et peut être appliquée à la fois sur un contour discret mais aussi sur une courbe polygonale pas forcément connexe. Les résultats sont prometteurs et ouvrent des perspectives intéressantes pour de nombreuses méthodes d'analyse de forme qui dépendent d'un paramètre. La simple application de débruitage d'une courbe est une première application qui montre déjà de bons résultats sans la nécessité d'ajuster un paramètre particulier. La méthode proposée est simple à implémenter et l'utilisateur peut tester l'algorithme avec ses propres données [13]. Le code source est aussi disponible dans la bibliothèque *ImaGene* [2] doit être intégrée comme un module pour la nouvelle bibliothèque *DGtal* [1].

## Références

- [1] *DGtal* : Digital geometry tools and algorithms library, 2011. <http://liris.cnrs.fr/dgtal>.
- [2] *ImaGene*, Generic digital Image library, 2011. <http://gforge.liris.cnrs.fr/projects/imagene>.
- [3] P. Bhowmick and B. B. Bhattacharya. Fast polygonal approximation of digital curves using relaxed straightness properties. *IEEE Trans on PAMI*, 29(9) :1590–1602, 2007.
- [4] A.M. Bruckstein. Self-similarity properties of digitized straight lines. *Contemp. Math*, 119 :1–20, 1991.
- [5] F. Cao. Good continuations in digital image level lines. In *Proc. of ICCV 2003*, volume 1, pages 440–448. IEEE, 2003.
- [6] I. Debled-Rennesson, F. Feschet, and J. Rouyer-Degli. Optimal blurred segments decomposition of noisy shapes in linear time. *Computer & Graphics*, 30(1), 2006.
- [7] A. Desolneux. A probabilistic grouping principle to go from pixels to visual structures. In I. Debled-Rennesson, E. Domenjoud, B. Kerautret, and P. Even, editors, *Proc of DGCI*, volume 6607 of *LNCS*, pages 1–13. springer, 2011.
- [8] A. Desolneux, L. Moisan, and J.-M. Morel. Edge detection by helmholtz principle. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 14 :271–284, 2001.
- [9] L. Dorst and A.W.M. Smeulders. Discrete representation of straight line. *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell*, 6 :450–463, 1984.
- [10] A. Faure, L. Buzer, and F. Feschet. Tangential cover for thick digital curves. *Pattern Recognition*, 42(10) :2279 – 2287, 2009.
- [11] B. Kerautret and J.-O. Lachaud. Curvature estimation along noisy digital contours by approximate global optimization. *Pattern Recognition*, 42(10) :2265 – 2278, 2009.
- [12] B. Kerautret and J.-O. Lachaud. Multi-scale analysis of discrete contours for unsupervised noise detection. In *Proc. IWCIA*, volume 5852 of *LNCS*, pages 187–200. Springer, 2009.
- [13] B. Kerautret, J.-O. Lachaud, and M. Said. Meaningful thickness detection demonstration, 2011. <http://kerrecherche.iutsd.uhp-nancy.fr/MeaningfulThickness>.
- [14] R. Klette and A. Rosenfeld. Digital straightness—a review. *Discrete Applied Mathematics*, 139(1-3) :197 – 230, 2004.
- [15] J.-O. Lachaud. *Espaces non-euclidiens et analyse d'image : modèles déformables riemanniens et discrets, topologie et géométrie discrète*. Habilitation à diriger des recherches, Université Bordeaux 1, Talence, France, 2006. (en français).
- [16] T. P. Nguyen and I. Debled-Rennesson. A linear method for segmentation of digital arcs. In *CAIP*, volume 6854 of *LNCS*, pages 84–92, 2011.
- [17] A. Rosenfeld. Digital straight line segments. *IEEE Trans. Comput.*, 23 :1264–1269, 1974.